

文章编号: 1000-8055(2005)04-0630-06

约束条件下发动机风扇特性线 拟合方法

方 前, 史忠科

(西北工业大学 自动化学院, 西安 710072)

摘要: 涡轮风扇发动机的风扇特性图在试验的基础上绘制, 是发动机建模、仿真以及研究发动机工作性能的重要依据。从试验中只能得到有限的试验数据, 为了充分利用试验数据, 讨论了风扇在等换算转速下入口总温、出口总温、以及发动机转速间的增量关系, 在此基础上得出特性数据间的关系, 建立等换算转速下风扇特性拟合的约束条件。考虑此约束条件, 构造风扇特性的拟合函数, 并给出了计算机仿真结果。

关键词: 航空、航天推进系统; 风扇; 换算转速; 风扇特性; 拟合

中图分类号: V 233.7

文献标识码: A

Curve Fitting Method of Fan Performance Map with Constraint

FANG Qian, SHI Zhong-ke

(College of Automation,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Experimental fan performance map is important for turbofan engine performance simulation, but the experimental data are always very limited. In order to get more information from the experimental data, the relationships between the increments of fan's inlet and outlet total temperature and rotational speed under constant corrected spool speed were discussed. On the basis of the results, the relationship of the characteristic data was obtained and the constraint for fan performance map fitting was established. Via quadratic programming, a new method for fan performance map fitting was established. Numerical simulation was given which demonstrated the effectiveness of the method.

Key words: aerospace propulsion system; fan; corrected spool speed;
fan performance map; fitting

航空涡轮风扇发动机中风扇是个重要的部件。实际的风扇特性是通过风扇特性图来表示的。在特性图中, 描绘了风扇在不同工作条件下, 风扇换算流量、增压比以及绝热效率的关系。由于风扇

特性图是通过试验得到的, 故它能够比较真实的反映实际风扇的工作性能。因而在涡轮风扇发动机的建模、仿真、以及新型号发动机的研制过程中得到了广泛的应用。但是, 在风扇的试

收稿日期: 2004-08-20; 修订日期: 2005-01-10

基金项目: 航空科学基金资助(01D53010)

作者简介: 方前(1979-), 男, 浙江杭州淳安人, 西北工业大学自动化学院, 硕士, 主要从事航空发动机建模与仿真、航空发动机的控制和故障诊断研究

验过程中,不可能对每个工作状态都进行研究。其他状态点处的风扇性能只能通过插值或拟合的方法获得。在对发动机进行建模^[1,2]和计算机仿真^[3,4]时,也希望采用拟合或插值的方法获得风扇特性图所描述的各变量之间的函数关系式。插值和拟合的方法很多,但是对于风扇这样一个实际的部件,应该考虑部件在运行时本身所存在的制约关系。本文考虑了风扇运行时部分变量的变化趋势,并在此基础上考虑风扇特性的拟合方法。

1 风扇运行的约束条件

设第 i 个状态点风扇的进口总温为 T_i , 出口总温为 T_{oi} , 绝热效率为 η , 增压比为 π_i , 转速为 n_i , 风扇气流的比热比为 k , k 值变化很小, 可以当作常值看待。则发动机风扇满足方程^[5]:

$$T_{oi} = T_i \left[1 + \frac{\pi_i^{(k-1)/k} - 1}{\eta} \right]$$

即:

$$\frac{\sqrt{T_{oi}}}{n_i} = \frac{\sqrt{T_i}}{n_i} \sqrt{1 + \frac{\pi_i^{(k-1)/k} - 1}{\eta}} \quad (1)$$

令:

$$f(\pi_i, \eta) = \sqrt{1 + \frac{\pi_i^{(k-1)/k} - 1}{\eta}}$$

当风扇进口总温和出口总温分别增加 ΔT_i 和 ΔT_{oi} , 转速增加 Δn , 对应的增压比和绝热效率分别为 π_{i+1} 和 η_{+1} , 则应该满足方程:

$$\frac{\sqrt{T_{oi} + \Delta T_{oi}}}{n_i + \Delta n} = \frac{\sqrt{T_i + \Delta T_i}}{n_i + \Delta n} f(\pi_{i+1}, \eta_{+1}) \quad (2)$$

讨论在同一换算转速下的风扇特性, 则有:

$$\frac{\sqrt{T_i + \Delta T_i}}{n_i + \Delta n} = \frac{\sqrt{T_i}}{n_i} \quad (3)$$

$$\frac{T_{oi}}{T_i} = \frac{T_{oi} + \Delta T_{oi}}{T_i + \Delta T_i} = \text{常数}^{[6]} \quad (4)$$

对式(2)、(3)的左端项运用泰勒公式展开, 并略去高次项得:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{T_{oi} + \Delta T_{oi}}}{n_i + \Delta n} &\approx \frac{\sqrt{T_{oi}}}{n_i} + \\ &\frac{1}{2n_i \sqrt{T_{oi}}} \Delta T_{oi} - \frac{\sqrt{T_{oi}}}{n_i^2} \Delta n \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{T_i + \Delta T_i}}{n_i + \Delta n} &\approx \frac{\sqrt{T_i}}{n_i} + \\ &\frac{1}{2n_i \sqrt{T_i}} \Delta T_i - \frac{\sqrt{T_i}}{n_i^2} \Delta n \end{aligned} \quad (6)$$

由式(3)、(6)可得:

$$\frac{1}{2n_i \sqrt{T_i}} \Delta T_i - \frac{\sqrt{T_i}}{n_i^2} \Delta n \approx 0$$

即:

$$\frac{\Delta T_i}{2T_i} \approx \frac{\Delta n}{n_i} \quad (7)$$

由式(1)~ (3)、(5)得:

$$1 + \frac{\Delta T_{oi}}{2T_{oi}} - \frac{\Delta n}{n_i} \approx \frac{f(\pi_{i+1}, \eta_{+1})}{f(\pi_i, \eta)} \quad (8)$$

(7)、(8)两式以增量形式给出了等换算转速条件下, 当风扇进口温度发生的变化满足式(5)、(6)时, 风扇转速、进口温度、及出口温度三者间的关系。

将式(7)代入式(8), 并令:

$$\frac{f(\pi_{i+1}, \eta_{+1})}{f(\pi_i, \eta)} = \sigma_i$$

得:

$$1 + \frac{\Delta T_{oi}}{2T_{oi}} - \frac{\Delta T_i}{T_i} = \sigma_i$$

由式(4)并结合上式, 得:

$$\frac{f(\pi_{i+1}, \eta_{+1})}{f(\pi_i, \eta)} = \sigma_i \approx 1 \quad (9)$$

考虑(5)、(6)两式的成立条件: 首先, (2)、(3)两式左端项可以用泰勒公式展开, 则应该满足:

$|\Delta T_i/T_i| < 1$, $|\Delta T_{oi}/T_{oi}| < 1$, $|\Delta n/n_i| < 1$ 。假设当高次项的和小于 R 时, 高次项可以忽略, 则(5)、(6)两式成立, 应该满足:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{T_i + \Delta T_i}}{n_i + \Delta n} - \frac{\sqrt{T_i}}{n_i} - \\ \frac{1}{2n_i \sqrt{T_i}} \Delta T_i + \frac{\sqrt{T_i}}{n_i^2} \Delta n \leq R \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{T_{oi} + \Delta T_{oi}}}{n_i + \Delta n} - \frac{\sqrt{T_{oi}}}{n_i} - \\ \frac{1}{2n_i \sqrt{T_{oi}}} \Delta T_{oi} + \frac{\sqrt{T_{oi}}}{n_i^2} \Delta n \leq R \end{aligned} \quad (11)$$

将式(7)代入式(10)并化简得:

表 1 对 E3 风扇数据运用式(9) 进行计算的计算结果
Table 1 The calculation results of formula (9) used E3 fan's data

换算转速/% (相对于设计点)	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5	σ_6	σ_7
40	0.999 3	0.998 7	0.998 2	0.999 3	0.998 6		
60	0.999 2	0.998 6	0.998 8	0.997 5			
70	0.999 9	0.999 2	0.998 6	0.999 5	0.992 7		
85	0.999 9	0.999 2	0.998 1	0.999 0	0.997 7	0.998 4	
90	0.998 6	0.999 6	1.000 0	0.999 2	0.999 1	1.000 0	0.999 6
95	0.999 3	1.001 0	0.999 4	1.000 6	0.999 6	0.999 8	0.999 4

$$\left| \frac{\sqrt{1 + \frac{\Delta T_i}{T_i} - \frac{1}{2}}}{1 + \frac{\Delta T_i}{T_i}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right| \leq \frac{nR}{\sqrt{2T_i}} \quad (12)$$

当 $R \geq \sqrt{T_i/n_i}$ 时, 式(12)恒成立。对于风扇, 实际转速 n_i 比 T_i 要高一个数量级。因此, 取 $R = \sqrt{T_i/n_i}$ 可以满足精度的要求。由式(4)、(5)、(7)结合式(10)可以得到当 $R \geq \sqrt{T_{oi}/n_i}$ 时, 式(11)恒成立。考虑发动机在实际运行中, 风扇的进口温度可以看作飞机运行的外界环境温度。飞机从地面到高空的爬升过程中, 外界温度是个缓慢变化的过程^[7]。温度由海平面的 288.15 K 到 11 000 m 高空的 216.65 K, 变化幅度满足 $|\Delta T_i/T_i| < 1$ 。

针对 GE 公司的 E3 风扇数据^[7], 当换算转速为设计点换算转速的 40%, 60%, 70%, 85%, 90%, 95% 时运用式(9) 计算, 结果见表 1。

从上表中可以看出, 风扇特性图中特定一条等换算转速下相邻的两个测量点之间符合式(9)。而当换算转速达到设计点换算转速的 90%, 95% 时, 结果要比低换算转速时的结果好。这是因为, 换算转速越高, 则飞机飞行的状态接近高空巡航, 而高度越高, 大气温度的变化越小。特别是, 当高度在 11 000 m 和 22 000 m 之间时, 大气温度基本保持在 216.65 K, 因而在公式(5)、(6)中包含的因子 $\Delta T/T$ 非常接近 0 的缘故。

2 考虑约束条件的风扇特性
曲线拟合

等换算转速下, 风扇增压比 PR 和绝热效率 η 是换算流量的一元函数, 可以写成:

$PR = PR(\chi) \quad \eta = \eta(\chi)$
其中 PR 为风扇增压比, η 为风扇效率, χ 为换算流量。数据组:

$\{(\chi, PR_i), i = 1, 2, 3, \cdots, N\}$
 $\{(\chi, \eta), 1, 2, 3, \cdots, N\}$

分别为通过发动机试验获得的某一等换算转速下的流量、增压比和流量、绝热效率数据。 $\chi_{i-1} < \chi_i < \chi$, 考虑约束条件(9), 有:

$$\left| \frac{f(\pi_i, \eta_i)}{f(\pi_{i-1}, \eta_{i-1})} - 1 \right| \approx \left| \frac{f(\pi_i, \eta)}{f(\pi_{i-1}, \eta_{i-1})} - 1 \right|$$

 $i = 1, 2, 3, 4, \cdots, N \quad (13)$

令:

$$K = \max \left\{ \left| \frac{f(\pi_i, \eta)}{f(\pi_{i-1}, \eta_{i-1})} - 1 \right| \right\}$$

 $i = 1, 2, 3, 4, \cdots, N$

结合式(13)有:

$$\left| \frac{f(\pi_i, \eta)}{f(\pi_{i-1}, \eta_{i-1})} - 1 \right| \leq K$$

 $i = 1, 2, 3, 4, \cdots, N \quad (14)$

由式(14)可以求出 $PR(\chi), \eta(\chi)$ 的关系式:

$$k_2' \leq \frac{PR(\chi)^{(k-1)/k} - 1}{\eta(\chi)} \leq k_1' \quad (15)$$

由于式(15)中涉及未知的数据点, 因此考虑选取适当的拟合函数, 在拟合之前满足上式。为此, 将 $PR(\chi)^{(k-1)/k} - 1$ 作为整体考虑, 设 $g(\chi) = PR(\chi)^{(k-1)/k} - 1$, 为了数学处理方便, 取 $g(\chi), \eta(\chi)$ 的拟合函数为:

$$g(\chi) = \exp(a_0 + a_1\chi + a_2\chi^2 + \cdots + a_n\chi^n)$$

$$\eta(\chi) = \exp(b_0 + b_1\chi + b_2\chi^2 + \cdots + b_n\chi^n)$$

则:

$$\frac{PR(X)^{(k-1)/k}-1}{\eta(X)}=\frac{g(X)}{\eta(X)}=\exp [(a_0-b_0)+(a_1-b_1)X+\cdots+(a_n-b_n)X^n]$$

(16)

对式(16)取对数,并结合式(15)可得:

$$k_2=\ln k_2'\leq(a_0-b_0)+(a_1-b_1)X+\cdots+(a_n-b_n)X^n\leq\ln k_1'=k_1\tag{17}$$

设 X 的区间为 (c_1,c_2) , 在 X 取值范围内满足式(17), 则式(15)就能够得到满足。若取 $g(X), \eta(X)$ 阶次均为 $n=3$, 令 $a_3=b_3$ 则:

$$k_2\leq(a_0-b_0)+(a_1-b_1)X+(a_2-b_2)X^2\leq k_1\quad X\in(c_1,c_2)\tag{18}$$

由于风扇流量 X 不可能小于零, 故式(18)等价于:

$$\frac{k_2-\frac{(a_0-b_0)}{X+c_1}}{X+c_1}\leq(a_1-b_1)+(a_2-b_2)(X+c_1)\leq\frac{k_1-\frac{(a_0-b_0)}{X+c_1}}{X+c_1}\tag{19}$$

$X\in(0,c_2-c_1)$

上式在图 1 中可以表述为: 直线 $(a_1-b_1)+(a_2-b_2)(X+c_1)$ 在 $X\in(0,c_2-c_1)$ 时, 不超过曲边四边形 $abcd$ 。

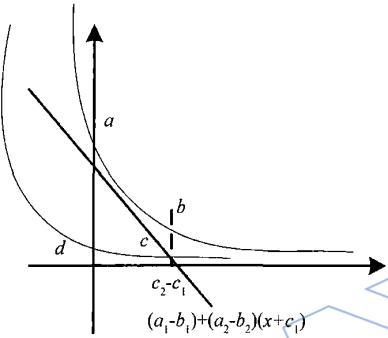


图 1 式(19)的几何表示

Fig 1 The geometric representation of fomula (19)

为了使问题简单, 可以用图 2、图 3 的直边梯形代替图 1 中的曲边梯形。

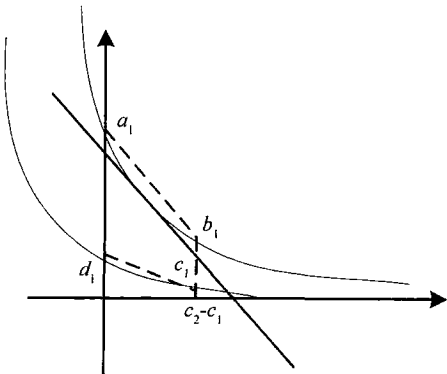


图 2 式(19)的一种近似表示法

Fig 2 One of approximate geometric representation of fomula (19)

显然图 2 中的范围部分已经超出了图 1 所示的曲边梯形。当 c_1 比较大时, 曲线 ab 可以近似看成直线。图 3 中的直边梯形小于图 1 中的曲边梯形, 但只要根据要求对区间 $(0,c_2-c_1)$ 进行适当的

划分, 对每个区段实行分段拟合, 则可以在一定程度上克服图 2、图 3 中考虑范围缩小或放大的缺

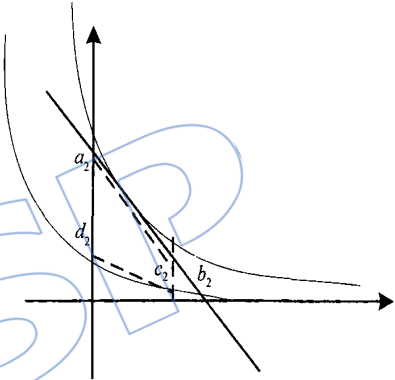


图 3 式(19)的另一种近似表示法

Fig 3 A nother approximate geometric representation of fomula (19)

陷。考虑图 2, 当 $X\in(0,c_2-c_1)$ 时, 为了使直线 $(a_1-b_1)+(a_2-b_2)(X+c_1)$ 在四边形 $a_1b_1c_1d_1$ 内则有:

$$\frac{k_2-\frac{(a_0-b_0)}{c_1}}{c_1}\leq(a_1-b_1)+(a_2-b_2)c_1\leq\frac{k_1-\frac{(a_0-b_0)}{c_1}}{c_1}$$

(20)

$$(a_2-b_2)\leq\frac{c_2(a_1+b_1)+(a_2-b_2)c_1c_2-k_1+\frac{(a_0-b_0)}{c_2(c_2-c_1)}}{c_2(c_2-c_1)}$$

(21)

$$(a_2-b_2)\geq\frac{c_2(a_1-b_1)+(a_2-b_2)c_1c_2-k_2+\frac{(a_0-b_0)}{c_2(c_2-c_1)}}{c_2(c_2-c_1)}$$

(22)

拟合 $g(X), \eta(X)$, 取目标函数:

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^N [g(X_i) - g_i]^2 + \sum_{i=1}^N [\eta(X_i) - \eta_i]^2 \right\}$$

(23)

其中: $g_i = PR_i^{(k-1)/k} - 1$

公式(20)~(23)可以归结为一个二次规划的问题,可以使用二次规划的方法进行求解。

拟合出 $g(X)$ 后, 求出 $PR(X)$ 。 $g(X)$, $\eta(X)$ 的拟合函数的阶次可以不同, 但基本方法一样。对于风扇, 由于换算流量相对于增压比和效率一般要大 2 个数量级, 在拟合时应考虑流量采用表示形式(如采用增量形式), 以提高拟合的效果。

3 仿真结果

采用不同的数据点集合, 对本文提出的拟合方法的拟合效果进行考察: 为了使问题更为直观, 将本文方法与传统的无约束方法进行仿真比较。

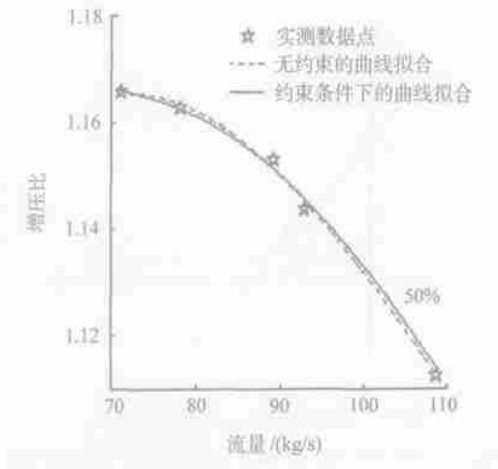


图 4 50% 换算转速下 5 点数据拟合曲线

Fig 4 The fitting curves of 50% corrected speed with five measured values

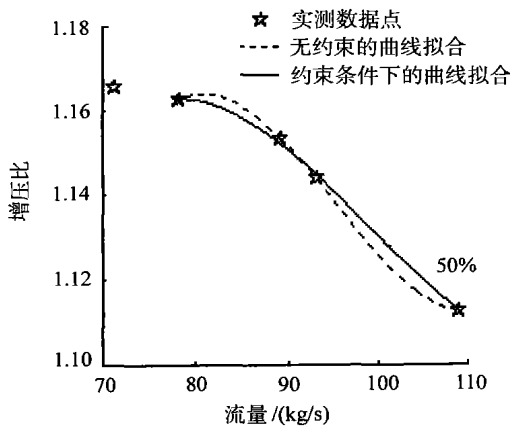


图 5 50% 换算转速下 4 点数据拟合曲线

Fig 5 The fitting curves of 50% corrected speed with four measured values

图 4 显示了分别用本文的方法, 和无约束多

项式拟合的方法, 在风扇为 50% 换算转速时得到的风扇特性线拟合图。从图中看, 两种方法拟合效果相差不大。但对一种比较好的拟合方法而言, 拟合的结果受拟合点集的变动影响应尽量小。为此改变拟合的拟合点集, 用两种方法分别对后 4 个数据点进行拟合并进行比较, 见图 5。从图 4、图 5

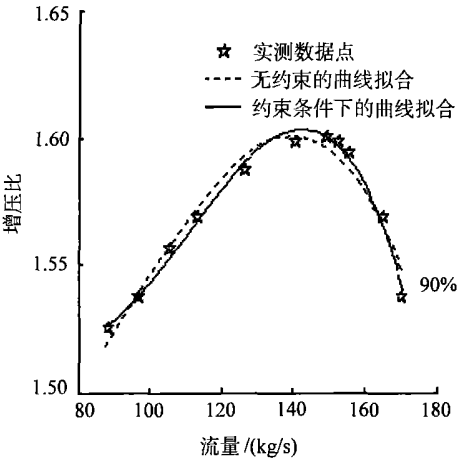


图 6 90% 换算下拟合曲线

Fig 6 The fitting curves of 90% corrected speed

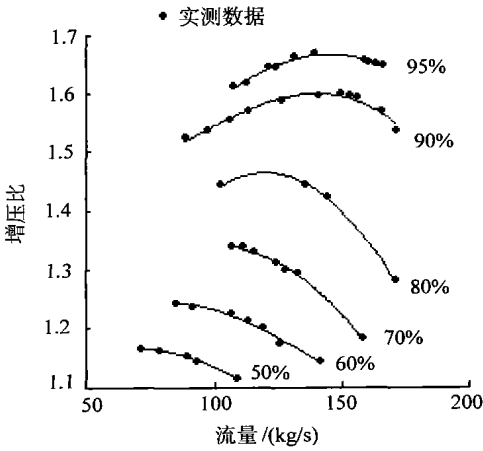


图 7 约束条件下各换算转速的拟合曲线

Fig 7 The fitting curves of fans with constrain

可见: 无约束多项式拟合, 受拟合点集的选择的影响较大。图 5 中虚线虽然在实测点处的拟合效果比较好, 但从整段曲线来看, 同图 4 中的虚线相差比较大。而用本文的方法进行拟合, 4 点拟合同 5 点拟合的拟合曲线走势基本一样, 相差不大。这是因为, 本文的拟合方法中考虑了风扇本身的运行特点。图 6 比较了在 90% 换算转速下, 用本文方法和用无约束多项式拟合方法得到的风扇特性线, 实线比虚线的效果好。图 7 是对 50%, 60%,

70%, 80%, 90%, 95% 换算转速下的风扇特性进行拟合的结果, 从仿真的结果来看文中方法对各种条件下的风扇特性都具有良好的效果。

4 结 论

发动机风扇在实际的运行过程中受很多因素的影响。本文考虑部分影响因素, 从中抽取风扇在特定情况下的约束。在拟合模型中考虑这些约束, 通过仿真验证, 新的方法由于考虑了风扇运行的约束条件, 因而具有较好的拟合效果。在发动机中, 风扇和压气机具有一定的相似性。但是, 同风扇比较, 压气机的增压比更高、内流更复杂。因此, 将本文风扇特性线的拟合方法推广到压气机的特性线拟合中, 需要进一步的探讨。

参考文献

[1] Ismail I, Bhinder F. Simulation of Aircraft Gas Turbine Engines[J]. *ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1991, 113(1): 95~99

[2] Ivanov I J. Mathematical Models of Gas Turbine Engines and Their Components[R]. *AGARD-LS-198*

[3] Najjar Y. Comparison of Modeling and Simulation Results

for Single and Twinshaft Gas Turbine Engine[J]. *International Journal of Power and Energy Systems*, 1998, 18(1): 29~33

[4] John Lytle, Greg Follen, Cynthia Naiman, et al Numerical Propulsion System Simulation (NPSS) [R]. 1999, NASA/TM-2000-209795

[5] 张逸民. 航空涡轮风扇发动机[M]. 北京: 国防工业出版社, 1985

Zhang Yin in Aviation Turbofan Engines[M]. *Beijing: National Defence Press*, 1985

[6] 吴大观, 张宝成, 陈本柱. 航空发动机试验技术[M]. 北京: 航空工业出版社, 1988

Wu Daguan, Zhang Baocheng, Chen Benzhu. Testing Technology of Aviation Engines[M]. *Beijing: Aeronautics Industry Press*, 1988

[7] 卢希荣, 张德元. 涡轮风扇发动机飞机性能换算方法研究[J]. *飞行力学*, 1997, 15(1): 65~70

Lu Xirong, Zhang Deyuan. The Study on Flight Performance Reduction of Turbofan Engine Aircraft[J]. *Flight Dynamics*, 1997, 15(1): 65~70

[8] 航空航天工业部高效节能发动机文集编委会主编. 高效节能发动机文集[M]. 北京: 航空工业出版社, 1991.

Proceeding of Conference on High Performance Engine [M]. *Beijing: Aeronautics Industry Press*, 1991.